

Nemeth, Lea; Lipowsky, Frank

Subtraktionsstrategien verschachtelt oder geblockt lernen? Strategiewahl- und Fehlerprofile von Drittklässler*innen

Schweizerische Zeitschrift für Bildungswissenschaften 43 (2021) 2, S. 233-249



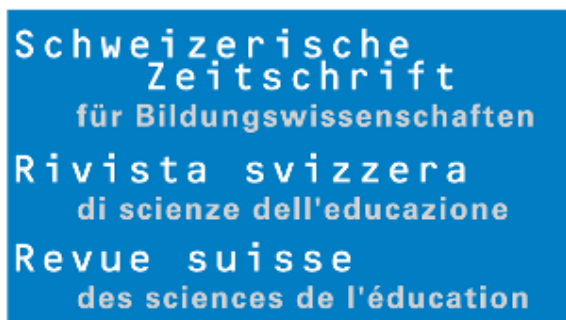
Quellenangabe/ Reference:

Nemeth, Lea; Lipowsky, Frank: Subtraktionsstrategien verschachtelt oder geblockt lernen? Strategiewahl- und Fehlerprofile von Drittklässler*innen - In: Schweizerische Zeitschrift für Bildungswissenschaften 43 (2021) 2, S. 233-249 - URN: urn:nbn:de:0111-pedocs-229127 - DOI: 10.25656/01:22912

<https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:0111-pedocs-229127>

<https://doi.org/10.25656/01:22912>

in Kooperation mit / in cooperation with:



<http://www.rsse.ch/index.html>

Nutzungsbedingungen

Dieses Dokument steht unter folgender Creative Commons-Lizenz: <http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.de> - Sie dürfen das Werk bzw. den Inhalt vervielfältigen, verbreiten und öffentlich zugänglich machen sowie Abwandlungen und Bearbeitungen des Werkes bzw. Inhaltes anfertigen, solange Sie den Namen des Autors/Rechteinhabers in der von ihm festgelegten Weise nennen.

Mit der Verwendung dieses Dokuments erkennen Sie die Nutzungsbedingungen an.

Terms of use

This document is published under following Creative Commons-License: <http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.en> - You may copy, distribute and render this document accessible, make adaptations of this work or its contents accessible to the public as long as you attribute the work in the manner specified by the author or licensor.

By using this particular document, you accept the above-stated conditions of use.



Kontakt / Contact:

peDOCS
DIPF | Leibniz-Institut für Bildungsforschung und Bildungsinformation
Informationszentrum (IZ) Bildung
E-Mail: pedocs@dipf.de
Internet: www.pedocs.de

Mitglied der


Leibniz-Gemeinschaft

Thema

Subtraktionsstrategien verschachtelt oder geblockt lernen? – Strategiewahl- und Fehlerprofile von Drittklässler*innen

Lea Nemeth und Frank Lipowsky, Universität Kassel

Ein Ziel des Mathematikunterrichts der Primarschule ist die flexible Anwendung von Strategien beim Lösen von Subtraktionsaufgaben. In dieser Studie wird deshalb die Strategiekompetenz anhand von Strategiewahl- und Fehlerprofilen untersucht. 236 Lernende dritter Klassen wurden verschachtelt oder geblockt in der Anwendung von Subtraktionsstrategien unterrichtet. Mit einer latenten Transitionsanalyse konnten fünf Strategiewahl- und Fehlerprofile identifiziert werden. Während vor der Intervention das Profil der schrittweise Rechnenden mit wenigen Fehlern dominierte, überwog nach der Intervention das Profil der flexibel Rechnenden mit wenigen Fehlern, gefolgt von den schriftlich Rechnenden mit wenigen Fehlern. Das Vorwissen und das verschachtelte Lernen begünstigten den Übergang zu den flexibel Rechnenden.

1. Einleitung

Ein zentrales Ziel des Mathematikunterrichts in der Primarschule ist es, dass die Schüler*innen lernen, mathematische Probleme flexibel (d.h. unter Verwendung verschiedener Strategien) und adaptiv (d.h. unter Verwendung effizienter Strategien) zu lösen (EDK, 2011; KMK, 2004; NCTM, 2000). Aus mathematikdidaktischer Sicht ist das Ziel des modernen Arithmetikunterrichts also nicht mehr, Lernende zu «diciplined human calculators» (Anghileri, 2001, S. 79) auszubilden, sondern ihre Flexibilität und Adaptivität beim Problemlösen zu unterstützen, indem sie darin geschult werden, die zu lösenden Aufgaben zu analysieren und unter der Nutzung von Zahlbeziehungen geschickt zu lösen (Rathgeb-Schnierer & Rechtsteiner, 2018). Allerdings zeigen Forschungsergebnisse, dass Primarschüler*innen häufig nur über ein geringes Strategierepertoire verfügen und damit wenig flexibel rechnen (Selter, 2001). Diese Problematik verschärft sich insbesondere nach Einführung der schriftlichen Normalverfahren – so auch bei der schriftlichen Subtraktion. Doch nicht nur die flexible Anwendung von Subtraktionsstrategien ist ein zentrales Ziel des Arithmetikunterrichts in der Primarschule, sondern auch das fehlerfreie Rechnen. Beim Lösen von Subtraktionsaufgaben können neben einfachen Rechenfehlern auch bestimmte Fehlkonzepte bezüglich der Ausführung der entsprechenden Operationen zu einem falschen Ergebnis führen. Obwohl zu vermuten ist, dass die Verwendung bestimmter Strategien(-kombinationen) beim Lösen von Subtraktionsaufgaben mit unterschiedlichen Fehlertypen einhergeht, liegen bisher keine Untersuchungen vor, die Strategiewahl- und Fehlerprofile von Lernenden beim Lösen von Subtraktionsaufgaben im Tausenderraum analysieren. Ebenso wenig ist erforscht, inwiefern Übergänge zu Profilen, die durch einen eher flexiblen Einsatz von Subtraktionsstrategien mit wenigen Fehlern charakterisiert sind, durch unterrichtliche Maßnahmen unterstützt werden können.

Ein vielversprechender Ansatz, um die Flexibilität, Adaptivität und Korrektheit beim Lösen von Subtraktionsaufgaben zu fördern, ist das verschachtelte Lernen (interleaved practice). Im Gegensatz zum geblockten Lernen (blocked practice), bei dem einzelne Lerninhalte eines Themengebiets nacheinander behandelt werden, werden diese beim verschachtelten Lernen durchmischt unterrichtet. Hierdurch können lernförderliche Diskriminationsprozesse ausgelöst werden, die die Lernenden dabei unterstützen, die zu lernenden Inhalte zu unterscheiden (Carvalho & Goldstone, 2015; Chen et al., 2021). Im Kontext von halbschriftlichen Subtraktionsstrategien und der schriftlichen Subtraktion konnten bisherige Ergebnisse des vorliegenden LIMIT-Projekts¹ zeigen, dass das verschachtelte Lernen die flexible, adaptive und korrekte Anwendung von Subtraktionsstrategien besser als ein geblocktes Vorgehen fördern kann (Nemeth et al., 2019, 2021). Ob das verschachtelte

¹ Das Akronym LIMIT steht für *Verschachteltes Lernen im Mathematikunterricht*. Die Studie wurde durch das hessische Forschungsförderprogramm LOEWE (Landes-Offensive zur Entwicklung Wissenschaftlich-ökonomischer Exzellenz) im Rahmen des Forschungsschwerpunkts «Wünschenswerte Erschwernisse beim Lernen» gefördert.

Lernen allerdings ebenfalls die Lernentwicklung hin zu einem flexiblen und weitgehend fehlerfreien Strategieeinsatz als umfassende Strategiekompetenz begünstigt, wurde bisher nicht untersucht.

Ziel dieses Beitrags ist es deshalb, Strategiewahl- und Fehlerprofile von Primarschüler*innen beim Lösen von Subtraktionsaufgaben und Übergänge zwischen diesen Profilen zu identifizieren, um inter- und intraindividuelle Unterschiede im Strategiewahlverhalten und den korrespondierenden Fehlern und damit die Heterogenität in der Bearbeitung von Subtraktionsaufgaben abbilden zu können. Des Weiteren wird untersucht, inwiefern das Vorwissen und die Lernbedingung (verschachtelt vs. geblockt) einen Einfluss auf die Übergänge zwischen den Profilen haben.

1.1 Subtraktionsstrategien im Tausenderraum

Es gibt eine Vielzahl unterschiedlicher Rechenstrategien, die von Primarschüler*innen zur Lösung von Subtraktionsaufgaben im Tausenderraum genutzt werden können (z.B. Heinze et al., 2018, 2020; Padberg & Benz, 2011; Selter, 2001; Threlfall, 2002). Hierbei können unterschiedliche halbschriftliche Subtraktionsstrategien und das schriftliche Rechnen unterschieden werden. Mit *halbschriftlichem Rechnen* «ist ein flexibles, je auf die Besonderheit der vorliegenden Aufgaben [...] bezogenes Rechnen unter Verwendung geeigneter Strategien» (Bauer, 1998, S. 180) gemeint, bei dem Aufgaben unter Nutzung von Zahlvorteilen gelöst werden. Die flexible und adaptive Anwendung von halbschriftlichen Subtraktionsstrategien ist demnach an die spezifischen Charakteristika der jeweiligen Aufgabe gebunden: Die Aufgabe kann durch die Analyse der Zahlbeziehungen und unter Nutzung von Zahlvorteilen und Rechengesetzen mit einer passenden Strategie gelöst werden (Rathgeb-Schnierer & Rechtsteiner, 2018; Rechtsteiner-Merz, 2013). Die spezifische Art der Notation des Lösungsvorgehens ist beim halbschriftlichen Rechnen i.d.R. nicht vorgegeben, da die Notation von Zwischenergebnissen lediglich als Unterstützung für die mental stattfindenden Berechnungen der Teilschritte dient und damit das Arbeitsgedächtnis entlastet. Hierdurch wird den Lernenden ein hohes Maß an Flexibilität und Kreativität in der Lösung von Subtraktionsaufgaben zugestanden. Der Einsatz halbschriftlicher Subtraktionsstrategien erfordert deshalb aber auch ein profundes konzeptuelles Zahlverständnis, ein Verständnis von Zahlbeziehungen (*Zahlenblick*) und die Kenntnis von Rechengesetzen seitens der Lernenden (Kilpatrick et al., 2001; Krauthausen, 2018; Rathgeb-Schnierer & Rechtsteiner, 2018). Im Gegensatz zu den halbschriftlichen Subtraktionsstrategien handelt es sich bei der *schriftlichen Subtraktion* um die Anwendung eines allgemeingültigen Algorithmus mit vorgegebenen Rechenschritten. Da bei der Verwendung der schriftlichen Subtraktion lediglich mit Ziffern gerechnet wird und die Lernenden die vorgegebenen Schritte des Algorithmus meist schematisch durchführen, ist dieses Verfahren in Bezug auf das Zahlverständnis weniger voraussetzungsreich (Krauthausen, 2018; Rathgeb-Schnierer & Rechtsteiner, 2018). In dieser Studie wurden die folgenden vier halbschriftlichen Subtraktionsstrategien, die auch im Unterricht selbst häufig thematisiert werden, und ein Verfahren der schriftlichen Subtraktion behandelt (Tabelle 1).

Vor der Einführung der schriftlichen Subtraktion löst ein Großteil der Lernenden Subtraktionsaufgaben, ungeachtet der spezifischen Aufgabencharakteristika, *schrittweise* (Blöte et al., 2000; Heinze et al., 2009; Selter, 2001). Dies ist damit zu begründen, dass das schrittweise Rechnen als Universalstrategie zur Lösung aller Subtraktionsaufgaben verwendet werden kann. Am zweithäufigsten nutzen Primarschüler*innen die Strategie *Stellenwerte extra* zur Lösung von Subtraktionsaufgaben (Blöte et al., 2000; Heinze et al., 2009; Selter, 2001). Dies ist insofern problematisch, als die Verwendung dieser Strategie bei Aufgaben, in denen ein Stellenwert des Subtrahenden größer als der des Minuenden ist, negative Teildifferenzen zur Folge hat. Um mit diesen negativen Teildifferenzen umzugehen, entwickeln Lernende häufig die Fehlstrategie, dass sie konsequent die kleinere von der größeren Zahl abziehen (*smaller-from-larger-bug*; Beishuizen et al., 1997; Meseth & Selter, 2002). Die Strategie Stellenwerte extra ist folglich beim Lösen von Subtraktionsaufgaben als fehleranfällig einzuordnen. Im Gegensatz zum *schrittweisen Rechnen* und *Stellenwerte extra* werden die beiden Verkürzungsstrategien *Hilfsaufgabe* und *indirekte Addition* selten von Primarschüler*innen verwendet, wenn diese nicht systematisch eingeführt wurden (Heinze et al., 2009; Hickendorff, 2020; Torbeyns et al., 2009). Beide Verkürzungsstrategien erfordern ein tiefes Verständnis von Zahlbeziehungen und Rechengesetzen, damit Lernende die durch die Aufgabe gegebenen Zahlvorteile nutzen und das Zahlenmaterial entsprechend vereinfachen können. Die Strategie Hilfsaufgabe eignet sich vor allem dann, wenn sich der Subtrahend oder Minuend in der Nähe eines Zehners/Hunderter befindet. Die indirekte Addition bietet sich bei Aufgaben mit einer kleinen Differenz zwischen Minuenden und Subtrahenden an. Nach der Einführung der *schriftlichen Subtraktion* ersetzt diese häufig das schrittweise Rechnen als neue Universalstrategie (Selter, 2001; Torbeyns & Verschaffel, 2016; Torbeyns et al., 2017). Insgesamt zeigt sich, dass Primarschüler*innen, sowohl vor der Einführung der schriftlichen Subtraktion als auch danach, nur über ein eingeschränktes Strategierepertoire verfügen und kaum *flexibel* rechnen.

Tabelle 1*Übersicht idealtypischer halbschriftlicher Subtraktionsstrategien und des schriftlichen Normalverfahrens*

Schrittweises Rechnen	Stellenwerte extra
$\begin{array}{r} 6 \ 5 \ 4 \ - \ 3 \ 2 \ 8 \ = \ 3 \ 2 \ 6 \\ 6 \ 5 \ 4 \ - \ 3 \ 0 \ 0 \ = \ 3 \ 5 \ 4 \\ 3 \ 5 \ 4 \ - \ \quad 2 \ 0 \ = \ 3 \ 3 \ 4 \\ 3 \ 3 \ 4 \ - \ \quad \quad 8 \ = \ 3 \ 2 \ 6 \end{array}$	$\begin{array}{r} 7 \ 5 \ 6 \ - \ 4 \ 2 \ 3 \ = \ 3 \ 3 \ 3 \\ 7 \ 0 \ 0 \ - \ 4 \ 0 \ 0 \ = \ 3 \ 0 \ 0 \\ 5 \ 0 \ - \ \quad 2 \ 0 \ = \ \quad 3 \ 0 \\ 6 \ - \ \quad \quad 3 \ = \ \quad \quad 3 \end{array}$
Hilfsaufgabe	Indirekte Addition
$\begin{array}{r} 5 \ 4 \ 7 \ - \ 3 \ 9 \ 9 \ = \ 1 \ 4 \ 8 \\ 5 \ 4 \ 7 \ - \ 4 \ 0 \ 0 \ = \ 1 \ 4 \ 7 \\ 1 \ 4 \ 7 \ + \ \quad \quad 1 \ = \ 1 \ 4 \ 8 \end{array}$	$\begin{array}{r} 4 \ 5 \ 2 \ - \ 4 \ 4 \ 9 \ = \ \quad \quad 3 \\ 4 \ 4 \ 9 \ + \ \quad \quad 3 \ = \ 4 \ 5 \ 2 \end{array}$
Schriftliches Normalverfahren (Ergänzen mit Auffüllen) ²	
$\begin{array}{r} 7 \ 2 \ 5 \\ - \ 4 \ 5 \ 3 \\ \hline 1 \\ 2 \ 7 \ 2 \end{array}$	

1.2 Typische Fehler beim Lösen von Subtraktionsaufgaben

Die Fähigkeit, Subtraktionsaufgaben kompetent lösen zu können, definiert sich allerdings nicht nur durch die flexible Anwendung unterschiedlicher Strategien, sondern ebenfalls durch die *Korrektheit der Lösungen* (Lemaire & Siegler, 1995). Forschungsergebnisse zeigen jedoch, dass die Subtraktion unter Primarschulkindern besonders fehleranfällig ist: Neben einfachen Rechenfehlern können insbesondere Verständnisfehler der einzelnen Subtraktionsstrategien zu falschen Rechenergebnissen führen (Meseth & Selter, 2002; Padberg & Benz, 2011). Da das Verwenden adaptiver, also effizienter und an die Aufgabencharakteristika angepasster Subtraktionsstrategien mit weniger Rechenfehlern einhergeht (Verschaffel et al., 1998), ist davon auszugehen, dass Lernende mit einem breiteren Strategierepertoire und dem flexiblen und adaptiven Einsatz dieser Strategien eine höhere Korrektheit in der Lösung von Subtraktionsaufgaben aufweisen.

Doch welche Fehler werden typischerweise von Lernenden beim Lösen von Subtraktionsaufgaben gemacht? Zu unterscheiden sind hierbei Fehler, die ein Fehlkonzent in Hinblick auf eine bestimmte Strategie implizieren, und solche Fehler, die nicht auf ein grundsätzliches Fehlkonzent der Strategien hindeuten, sondern lediglich auf Ausrutscher («slips»; Ryan & Williams, 2007, S. 13) zurückzuführen sind, wie etwa einfache Rechenfehler oder «jump to conclusions» (Ryan & Williams, 2007, S. 13). Tabelle 2 gibt einen Überblick über typische Fehler bei der Anwendung von Subtraktionsstrategien – unterschieden in einfache Fehler und Fehler, die auf Fehlkonzenten basieren –, die auch im Rahmen dieser Studie untersucht wurden. Tabelle 2 gibt zudem Aufschluss darüber, bei welchen Strategien die entsprechenden Fehler auftauchen können.

² Aus forschungspraktischen Gründen wurde entschieden, die schriftliche Subtraktion anhand des Ergänzens mit Auffüllen und nicht durch eine der Abzieh-Techniken einzuführen. Denn in der Pilotstudie, in der das Abziehen mit Entbündeln behandelt wurde, zeigte sich, dass viele Eltern ihren Kindern das Ergänzen mit Auffüllen beibrachten, sodass es zu einer Konfundierung mit der unterrichteten Variante kam (für eine ausführliche Diskussion der Vor- und Nachteile der unterschiedlichen Verfahren, siehe z.B. Padberg & Benz, 2011).

Tabelle 2

Überblick über typische Fehler bei der Anwendung halbschriftlicher Subtraktionsstrategien und der schriftlichen Subtraktion (Jensen & Gasteiger, 2019; Meseth & Selter, 2002; Padberg & Benz, 2011)

Fehler	Beispiel	Strategie
Einfache Fehler		
Rechenfehler	403 – 396	Strategieübergreifend
	396 + 6 = 403	
Operationszeichen vertauscht	403 – 396	Strategieübergreifend
	403 + 400 = 803; 803 – 4 = 799	
Unvollständige Lösung	526 – 148	Strategieübergreifend
	526 – 100 = 426; 426 – 40 = 386	
Falsche Zahlzerlegung	397 – 266	Schrittweise, Stellenwerte extra, Hilfsaufgabe, Indirekte Addition
	300 – 200 = 100; 90 – 90 = 0; 7 – 6 = 1;	
	100 + 0 + 1 = 101	
Auf Fehlkonzepten basierende Fehler		
Rechenrichtungsfehler in Teilschritten	526 – 148	Strategieübergreifend (v.a. Stellenwerte extra, Hilfsaufgabe, Schriftliches Normalverfahren)
	526	
	<u>– 148</u>	
	422	
Teilergebnis 0	526 – 148	Stellenwerte extra
	500 – 100 = 400; 20 – 40 = 0, 6 – 8 = 0;	
	400 + 0 + 0 = 100	
Übertragungsfehler	526 – 148	Schriftliches Normalverfahren
	526	
	– 148	
	<u>1</u> 478	
Fehler mit der 0	509 – 145	Schriftliches Normalverfahren
	509	
	<u>– 145</u>	
	404	
Lösen von links nach rechts	526 – 148	Schriftliches Normalverfahren
	526	
	– 148	
	<u>1</u> 487	

1.3 Verschachteltes Lernen zur Förderung flexiblen Rechnens

Ein Grund, weshalb Lernende das schriftliche Normalverfahren nach dessen Einführung häufig als Universalstrategie nutzen und damit wenig flexibel rechnen, könnte in der im Mathematikunterricht häufig vorzufindenden geblockten Behandlung von Lerninhalten begründet sein (Rohrer et al., 2020). Während beim geblockten Lernen (blocked practice) Lerninhalte nacheinander thematisiert werden (aaabbbcccd), werden diese beim verschachtelten Lernen (interleaved practice) abwechselnd behandelt (abcdabcdabcd). Das Verschachteln der Lerninhalte geht mit kognitiv anspruchsvollen Diskriminations- und Vergleichsprozessen einher, weshalb es auch als wünschenswertes Erschwernis beim Lernen (Bjork & Bjork, 2011; Carvalho & Goldstone, 2015; Chen et al., 2021; Dunlosky et al., 2013) und damit als Strategie zur kognitiven Aktivierung von Lernenden begriffen werden kann (Lipowsky et al., 2019). Durch die Diskriminations- und Vergleichsprozesse kann der Erwerb nicht nur prozeduralen, sondern auch konditionalen Wissens unterstützt werden (Birnbauer et al., 2013; Brunmair & Richter, 2019; Ziegler & Stern, 2014).

Das verschachtelte Lernen scheint demnach auch insbesondere zur Förderung der flexiblen und adaptiven Verwendung von Subtraktionsstrategien geeignet zu sein: Durch die verschachtelte Anordnung von unterschiedlichen Subtraktionsaufgaben, die jeweils mit unterschiedlichen Subtraktionsstrategien adaptiv gelöst werden können, werden die Lernenden bei jeder Subtraktionsaufgabe dazu angehalten, ihre Strategiewahl zu reflektieren. Dagegen wird eine solche Strategienutzungsreflexion bei einer geblockten Präsentation von Subtraktionsaufgaben, die jeweils die Nutzung derselben Strategie evozieren, nicht angeregt, da die Lernenden wahrscheinlich relativ schnell erkennen, dass die Aufgaben innerhalb eines Blocks immer mit derselben Strategie adaptiv gelöst werden können. Das Potential der verschachtelten Behandlung von Subtraktionsstrategien, die korrekte, flexible und adaptive Anwendung von Subtraktionsstrategien zu fördern, konnte in bisherigen Analysen aus dem LIMIT-Projekt, das auch Gegenstand des vorliegenden Beitrags ist, gezeigt werden (Nemeth et al., 2019, 2021). Demzufolge ist zu erwarten, dass verschachteltes Lernen auch die individuellen Strategiewahl- und Fehlerprofile von Lernenden positiv beeinflusst. Hierzu liegen bislang allerdings keine Forschungsergebnisse vor.

2. Fragestellungen

In diesem Beitrag wird untersucht, welche Strategiewahl- und Fehlerprofile Primarschüler*innen bei der Lösung von Subtraktionsaufgaben zeigen und welchen Einfluss das arithmetische Vorwissen sowie die Lernbedingung (verschachtelte vs. geblockte Behandlung von Subtraktionsstrategien) auf die Übergänge zwischen diesen Profilen haben. Entsprechend wird in diesem Beitrag ein personenzentrierter Analyseansatz gewählt, der es erlaubt, die Heterogenität der Lernenden und somit inter- und intraindividuelle Unterschiede in der Strategiewahl und den Fehlern bei der Subtraktion zu berücksichtigen. In bisherigen Forschungsarbeiten zur Strategiekompetenz bei der Subtraktion wurde zum Großteil ein variablenzentrierter Ansatz verwendet, bei dem einzelne numerische Variablen (z.B. die Anzahl der verwendeten Strategien) untersucht wurden (z.B. Heinze et al., 2009; Nemeth et al., 2021; Selzer, 2001). Durch dieses Vorgehen können die individuellen qualitativen Unterschiede im Strategiewahlverhalten und den Fehlertypen jedoch nicht abgebildet werden (Hickendorff et al., 2018).

Ein ähnliches Vorgehen, wie es in diesem Beitrag umgesetzt wird, wurde von Schulz und Leuders (2018) bei der Untersuchung von Strategien und Fehlern bei der Division verfolgt. In Bezug auf die Strategiekompetenz von Primarschüler*innen bei der Subtraktion liegen nur wenige Studien vor, die diese mithilfe eines personenzentrierten Ansatzes genauer untersucht haben (z.B. Hickendorff, 2020; Torbeyns et al., 2017). Bei diesen wurde allerdings zum einen nur das Strategiewahlverhalten analysiert, ohne Fehlertypen bei der Lösung der Subtraktionsaufgaben mitzuberücksichtigen. Doch gerade die zusätzliche Berücksichtigung unterschiedlicher Fehler scheint vielversprechend, um die heterogene Strategiekompetenz von Primarschüler*innen bei der Subtraktion umfassend abbilden zu können. Zum anderen wurde bisher nicht betrachtet, inwiefern die Zugehörigkeit der Lernenden zu Subtraktionsstrategiewahlprofilen durch unterrichtliche Interventionen beeinflusst werden können.

Hier setzt der vorliegende Beitrag an. Um ein differenzierteres Bild der Strategiewahlkompetenz von Primarschüler*innen bei der Subtraktion im Zahlenraum bis 1000 zu erlangen, wird folgenden Fragestellungen nachgegangen:

- 1) Lassen sich Gruppen von Lernenden identifizieren, die sich in ihrer Wahl der Strategien zur Lösung von Subtraktionsaufgaben und in ihren Fehlerprofilen ähneln?
Es wird erwartet, dass die Analyse eine limitierte Anzahl differenzierbarer Profile ergibt, die sich in der Anwendung der Subtraktionsstrategien sowie in ihren Fehlertypen unterscheiden (Hypothese 1).

- 2) Welche Übergänge zwischen den Strategiewahl- und Fehlerprofilen vollziehen die Lernenden nach der systematischen Einführung der Subtraktionsstrategien?

Der inhaltliche Kern der Intervention in beiden Bedingungen lag auf dem Unterrichten der flexiblen und adaptiven Anwendung von Subtraktionsstrategien. Bisherige Analysen aus der LIMIT-Studie zeigen, dass die Lernenden nach der Intervention flexibler, adaptiver und korrekter rechneten (Nemeth et al., 2019, 2021). Entsprechend wird erwartet, dass ein erheblicher Anteil der Schüler*innen nach der Intervention zu solchen Profilen wechselt, die sich durch einen flexiblen und weitgehend fehlerfreien Einsatz von Subtraktionsstrategien auszeichnen (Hypothese 2.1). Aus vorherigen Studien ist bekannt, dass nach der Einführung der schriftlichen Subtraktion der Anteil derjenigen Schüler*innen, die den schriftlichen Algorithmus als

Universalstrategie verwendet, erheblich steigt (Selter, 2001; Torbeyns & Verschaffel, 2016; Torbeyns et al., 2017). Deshalb wird zudem erwartet, dass der Übergang zu einem solchen Profil nach der systematischen Einführung der Subtraktionsstrategien ebenfalls häufig beobachtet werden kann (Hypothese 2.2).

- 3) Haben das arithmetische Vorwissen und die Lernbedingungen einen Einfluss darauf, in welche Profile die Lernenden nach der systematischen Einführung der Subtraktionsstrategien wechseln?

Es wird erwartet, dass insbesondere die Lernbedingung die Übergänge zwischen den Profilen beeinflusst. Hierbei wird davon ausgegangen, dass Schüler*innen, die verschachtelt lernten, häufiger in solche Profile wechseln, die sich durch einen flexiblen Strategieeinsatz und weniger Fehler auszeichnen (Hypothese 3.1) und Lernende, die geblockt lernten, nach der Intervention eher Profilen angehören, die das schriftliche Normalverfahren präferieren (Hypothese 3.2; Nemeth et al., 2019, 2021). Darüber hinaus wird erwartet, dass auch das arithmetische Vorwissen die Transition in Profile einer flexibleren Strategienutzung und mit weniger Fehlern begünstigt (Hypothese 3.3) und ein geringeres Vorwissen eher zum Übergang in ein Profil führt, in dem das schriftliche Normalverfahren am häufigsten genutzt wird, da dieses als weniger voraussetzungsreich gilt (Hypothese 3.4).

3. Methode

3.1 Stichprobenbeschreibung und Design der LIMIT-Studie

In der experimentellen Unterrichtsstudie LIMIT wurden eine verschachtelte und eine geblockte Lernumgebung im Mathematikunterricht von 12 hessischen Primarschulklassen ($N = 236$) in der Mitte des 3. Schuljahres (2016/2017) implementiert. Die Lernenden waren zwischen 8 und 10 Jahre alt ($M = 9.06$, $SD = 0.41$) und etwa zur Hälfte weiblich (45%). Die verschachtelt ($M = 9.03$, $SD = 0.40$) und die geblockt Lernenden ($M = 9.10$, $SD = 0.43$) unterschieden sich nicht im Alter [$t(231) = 0.80$, $p = .43$] und in der Geschlechterverteilung mit jeweils 45% Schülerinnen [$\chi^2(1) = 0.00$, $p = .99$]. Darüber hinaus ergab sich kein Unterschied im arithmetischen Vorwissen (verschachtelt: $M = -0.04$, $SD = 1.42$; geblockt: $M = 0.03$, $SD = 1.51$) zwischen den beiden Bedingungen [$t(219) = -0.36$, $p = .72$].

Die Lernenden jeder Klasse wurden randomisiert aufgeteilt, sodass eine Klassenhälfte die Subtraktionsstrategien geblockt ($n = 117$) erlernte und die andere verschachtelt ($n = 119$). Die Intervention umfasste 14 Unterrichtsstunden à 45 Minuten und wurde von geschulten Mitarbeitenden durchgeführt, wobei die Mitarbeitenden beide Bedingungen gleich häufig unterrichteten, um mögliche Lehrer*inneneffekte zu minimieren. In der verschachtelten Lernbedingung wurden die Subtraktionsstrategien (schrittweises Rechnen, Stellenwerte extra, Hilfsaufgabe, indirekte Addition und das schriftliche Normalverfahren, siehe Tabelle 1) durchmischt behandelt. Die durch das verschachtelte Lernen evozierten Vergleiche zwischen den Strategien wurden durch explizite Prompts, für die jeweiligen Aufgaben die Adaptivität der unterschiedlichen Strategien vergleichend zu analysieren, unterstützt (between-comparisons). Eine typische Aufgabenstellung lautete z.B.: *Welche Strategie ist am geschicktesten? Kreuze für jede Aufgabe an und begründe, welche Strategie am geschicktesten ist. Löse die Aufgabe dann mit der geschicktesten Strategie.* In der geblockten Bedingung wurden die Subtraktionsstrategien nacheinander behandelt. Die Lernenden wurden hierbei mit den gleichen Aufgaben wie in der verschachtelten Bedingung konfrontiert. Allerdings sollten die Lernenden dabei prüfen, ob die gerade behandelte Strategie für die ausgewählten Aufgaben adaptiv (geschickt) ist oder nicht. Ein Vergleich der Strategien erfolgte demzufolge in der geblockten Bedingung nicht, stattdessen wurde verglichen, welche der gestellten Aufgaben sich mit der gerade behandelten Strategie geschickt lösen ließen (within-comparisons), bevor die nächste Strategie thematisiert wurde (ausführliche Beschreibung der Lernumgebungen in Nemeth et al., 2019, 2021).

3.2 Instrumente

3.2.1 Arithmetisches Vorwissen

Das arithmetische Vorwissen wurde vor der Intervention zu T0 erfasst. Der Test bestand aus insgesamt 25 Aufgaben zu den Bereichen Zahlverständnis, Zahlrelationen sowie Addition und Subtraktion (Beispielaufgaben in Nemeth et al., 2019). Ein eindimensionales, dichotomes Raschmodell ergab zufriedenstellende WMNSQ-Werte ($0.79 \leq \text{WMNSQ} \leq 1.22$) sowie Reliabilitätswerte ($\text{EAP/PV} = 0.82$, $\text{WLE} = 0.86$, $\sigma^2_{\text{WLE}} = 1.86$). Für die weiteren Berechnungen wurden die WLE-Personenparameter verwendet ($M = 0.01$, $SD = 1.46$).

3.2.2 Rechenstrategietest

Zu T1, unmittelbar vor der Intervention, und zu T2, direkt nach der Intervention, wurde ein Rechenstrategietest bestehend aus insgesamt 11 Subtraktionsaufgaben – davon sechs Ankeraufgaben – eingesetzt. Für

diesen Beitrag wurde nur auf die sechs Ankeraufgaben zurückgegriffen, sodass die Strategiewahl- und Fehlertypen aufgrund derselben Aufgaben zwischen den beiden Messzeitpunkten vergleichbar sind. Zwei von diesen Aufgaben waren so konstruiert, dass diese mit der Hilfsaufgabe am geschicktesten hätten gelöst werden können (534 – 399; 502 – 299); zwei hätten insbesondere mit der indirekten Addition am geschicktesten gelöst werden können (802 – 797; 475 – 469), eine Aufgabe mit dem schrittweisen Rechnen (720 – 269) und die letzte mit dem schriftlichen Normalverfahren (532 – 476).

Die verwendeten Strategien sowie die Fehlertypen wurden für jede der sechs Ankeraufgaben durch geschulte Kodierer*innen zu den beiden Messzeitpunkten anhand eines standardisierten Manuals erfasst ($\kappa \geq .88$; ausführliche Beschreibung siehe Nemeth et al., 2019, 2021). Im Anschluss daran wurde die Häufigkeit der Verwendung der Subtraktionsstrategien schrittweises Rechnen, Stellenwerte extra, Hilfsaufgabe, indirekte Addition und schriftliches Normalverfahren über die sechs Ankeritems zu T1 und T2 ermittelt. Da die Lernenden nicht nur die intendierten und unterrichteten Subtraktionsstrategien verwendeten, sondern auch auf Mischstrategien (z.B. Kombination aus schrittweisem Rechnen und Stellenwerte extra) oder Kopfrechnen zurückgriffen, wurde ebenfalls die Häufigkeit dieser Strategien aufsummiert und in einer Mischstrategien/Kopfrechnen-Kategorie festgehalten. Darüber hinaus wurde die Anzahl der einfachen Fehler und der Fehler, die auf Fehlkonzepten basieren (vgl. Tabelle 2), über die Aufgaben zu beiden Messzeitpunkten ermittelt.

3.3 Analysen

Zur Beantwortung der Forschungsfragen wurde zunächst eine latente Transitionsanalyse berechnet (LTA). Insgesamt gingen 8 Indikatorvariablen pro Messzeitpunkt in die Berechnungen ein:

- 1) die Häufigkeit der Strategienutzung der einzelnen Subtraktionsstrategien (schrittweises Rechnen, Stellenwerte extra, Hilfsaufgabe, indirekte Addition, schriftliches Normalverfahren, Mischstrategien/Kopfrechnen) – aufsummiert über die sechs Ankeraufgaben des Rechenstrategietests – sowie
- 2) die Anzahl der einfachen Fehler und die Anzahl von Fehlern, welche auf Fehlkonzepten der Subtraktionsstrategien basieren.

Die einzelnen Profile wurden über beide Messzeitpunkte gleichgesetzt, sodass diese über die Zeit vergleichbar bleiben (Schneider & Hardy, 2013). Um die Anzahl der Profile zu bestimmen, wurden die Informationskriterien AIC und BIC sowie theoretische Überlegungen herangezogen. Je geringer der AIC und der BIC ausfallen, desto besser die Modellanpassung, wobei der BIC als zuverlässigeres Maß gilt (Nylund et al., 2007). Die LTA wurde mit MPlus Version 7.2 berechnet. Fehlende Werte wurden für die LTA mit FIML geschätzt. Eine Schülerin war zu beiden Messzeitpunkten nicht anwesend, sodass die fehlenden Werte in diesem Fall nicht ersetzt werden konnten. Die Stichprobe reduzierte sich demnach von 236 Lernenden auf 235.

Für die weiteren Analysen wurde SPSS Version 23 genutzt. Um herauszufinden, ob das arithmetische Vorwissen und die Lernbedingung (verschachtelt vs. geblockt) die Übergänge zwischen den Profilen von T1 (vor der Intervention) zu T2 (nach der Intervention) beeinflussen, wurde eine multinomiale logistische Regression mit den Übergangstypen als abhängige Variable und dem arithmetischen Vorwissen sowie der Lernbedingung als unabhängige Variablen berechnet.

4. Ergebnisse

4.1 Deskriptive Statistiken

Tabelle 3 gibt einen Überblick darüber, wie häufig die einzelnen Subtraktionsstrategien zu den beiden Messzeitpunkten verwendet wurden und wie häufig einfache Fehler bzw. auf Fehlkonzepten basierende Fehler aufgetreten sind. Darüber hinaus geben die Ergebnisse der ANOVA mit Messwiederholung einen ersten Eindruck über die Entwicklung der Lernenden. Während die Häufigkeit der Nutzung des schrittweisen Rechnens, die Nutzung von Mischstrategien/Kopfrechnen und einfache Fehler von T1 zu T2 signifikant abnahmen, stieg die Verwendung der Hilfsaufgabe, der indirekten Addition und des schriftlichen Normalverfahrens.

Tabelle 4

Überblick über die Strategienutzung und Fehlertypen getrennt für die sechs Subtraktionsaufgaben zu T1 und T2

Strategie	MZP	A1 534-399	A2 502-299	A3 802-797	A4 475-469	A5 720-269	A6 532-476
Schrittweise	T1	127	127	132	131	138	136
	T2	28	20	22	32	41	42
Stellenwerte extra	T1	22	18	15	21	22	18
	T2	12	17	15	12	17	21
Hilfsaufgabe	T1	21	19	19	14	9	5
	T2	100	106	66	0	0	1
Indirekte Addition	T1	0	3	3	5	3	4
	T2	6	4	43	86	3	12
Schriftliches Normalverfahren	T1	15	17	16	15	13	14
	T2	52	54	48	64	122	119
Mischstrategien/Kopfrechnen	T1	27	24	28	20	25	22
	T2	8	11	12	10	9	7
Summe	T1	212	208	213	206	210	199
	T2	206	212	206	204	192	202
Einfache Fehler	T1	93	101	67	62	83	108
	T2	54	49	42	48	56	56
Auf Fehlkonzepten basierende Fehler	T1	46	55	41	25	43	36
	T2	23	41	32	24	69	42
Summe	T1	139	156	108	87	126	144
	T2	77	90	74	72	125	98

Anmerkungen. Fehlende Werte wurden für diesen deskriptiven Überblick nicht ersetzt.

Tabelle 3*Deskriptive Statistiken zur Verwendung der unterschiedlichen Subtraktionsstrategien und den Fehlertypen*

Strategie	MZP	M	SD	ANOVA mit Messwiederholung
Schrittweise	T1	3.62	2.62	$F(1, 209) = 212.98, p < .001, \eta_p^2 = .51$
	T2	0.81	1.56	
Stellenwerte extra	T1	0.51	1.42	$F(1, 209) = 0.64, p = .42, \eta_p^2 = .00$
	T2	0.42	1.22	
Hilfsaufgabe	T1	0.41	1.18	$F(1, 209) = 60.77, p < .001, \eta_p^2 = .23$
	T2	1.24	1.32	
Indirekte Addition	T1	0.09	0.56	$F(1, 209) = 78.61, p < .001, \eta_p^2 = .27$
	T2	0.69	0.93	
Schriftliches Normalverfahren	T1	0.43	1.42	$F(1, 209) = 110.50, p < .001, \eta_p^2 = .35$
	T2	2.09	1.94	
Mischstrategien und Kopfrechnen	T1	0.64	1.49	$F(1, 209) = 12.35, p < .001, \eta_p^2 = .06$
	T2	0.25	0.95	
Fehler	MZP	M	SD	ANOVA mit Messwiederholung
Einfache Fehler	T1	1.81	1.62	$F(1, 209) = 50.04, p < .001, \eta_p^2 = .19$
	T2	0.91	1.22	
Auf Fehlkonzepten basierende Fehler	T1	1.60	1.46	$F(1, 209) = .77, p = .38, \eta_p^2 = .00$
	T2	1.46	1.80	

Anmerkungen. Fehlende Werte wurden für die deskriptiven Statistiken und die ANOVA mit Messwiederholung nicht ersetzt.

Keine signifikanten Unterschiede ergaben sich in der Anwendung der Strategie Stellenwerte Extra sowie in der Anzahl der auf Fehlkonzepten basierenden Fehlern. Letzteres könnte insbesondere durch die häufigere Anwendung des schriftlichen Normalverfahrens zu T2 begründet sein, bei dem zahlreiche unterschiedliche Verständnisschwierigkeiten (z.B. Übertragungsfehler, Fehler mit der 0; vgl. Tabelle 2) zu Fehlern führen können. So wird aus Tabelle 4 ersichtlich, dass die Anzahl an Fehlern, die auf Fehlkonzepten basieren, bei den Aufgaben A5 und A6, die zu T2 primär schriftlich gelöst wurden, höher ist als zu T1. Für die anderen Aufgaben reduzierte sich hingegen die Anzahl der auf Fehlkonzepten basierenden Fehlern von T1 zu T2.

Weiterhin wird aus Tabelle 4 deutlich, dass das schrittweise Rechnen bei der Lösung aller Subtraktionsaufgaben zu T1 dominierte, wohingegen sich nach der Intervention ein differenzierteres und an die Aufgabencharakteristika angepasstes Strategiewahlverhalten der Lernenden zeigte. Während z.B. bei der Lösung der Aufgabe A1 ($534 - 399$) zu T1 noch das schrittweise Rechnen mit 60% ($n = 127$) dominierte, wählten nur noch 14% der Schüler*innen ($n = 28$) diese Strategie zu T2. Stattdessen lösten 49% der Lernenden diese Aufgabe zu T2 mithilfe der Hilfsaufgabe ($n = 100$) – sie wählten also eine an die Charakteristika der Aufgabe angepasste und damit adaptive Strategie.

4.2 Strategiewahl- und Fehlerprofile

Um die erste Forschungsfrage zu beantworten, wie viele Strategiewahl- und Fehlerprofile sich identifizieren lassen, wurde die Anzahl der latenten Klassen mithilfe einer LTA bestimmt. Wie Tabelle 5 zu entnehmen ist, nimmt der AIC für die 6-Klassenlösung den geringsten Wert ein, während der BIC bei der 5-Klassenlösung die geringste Ausprägung aufweist.

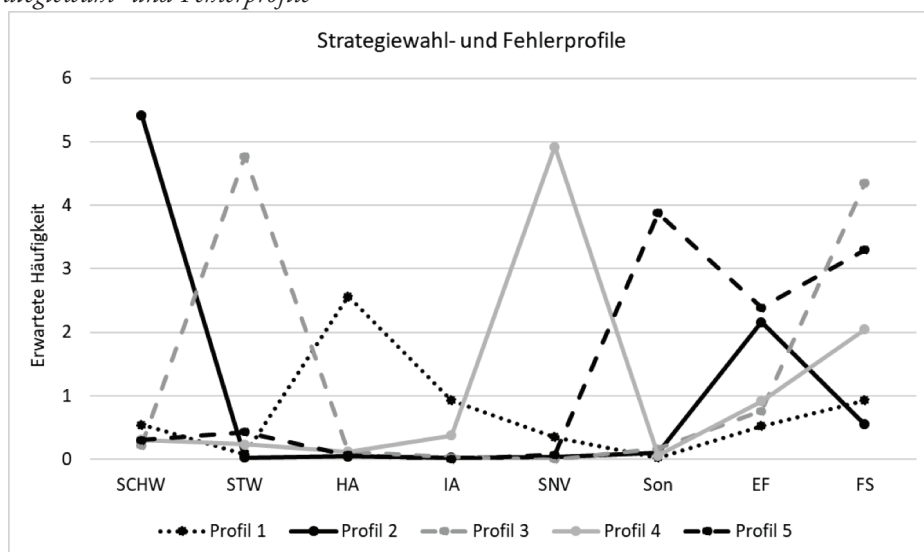
Tabelle 5*Fitwerte der LTA-Modelle*

Anzahl der Klassen	LL	AIC	BIC	Anzahl der Parameter	Entropy
2	-5888.24	11846.48	11967.57	35	.97
3	-5468.22	11032.44	11198.50	48	.97
4	-5008.76	10159.52	10405.15	71	.95
5	-4562.70	9325.39	9671.35	100	.96
6	-4523.87	9317.74	9784.77	135	.95

Da der BIC als zuverlässiger gilt (Nylund et al., 2007), wurde die 5-Klassenlösung gewählt. Der hohe Entropiewert von .96 weist darüber hinaus auf eine hohe Zuverlässigkeit in der Klassifizierung der einzelnen Personen zu den verschiedenen Profilen hin.

In Abbildung 1 sind die Ausprägungen der Strategienutzung und der Fehlertypen der einzelnen latenten Profile dargestellt.

Abbildung 1
Strategiewahl- und Fehlerprofile



Anmerkungen. SCHW = Schrittweise, STW = Stellenwerte extra, HA = Hilfs-aufgabe, IA = Indirekte Addition, SNV = Schriftliches Normalverfahren, Son = Sonstiges (Mischstrategien/Kopf-rechnen), EF = Einfache Fehler, FS = Auf Fehlkzepten basierende Fehler.

Profil 1 umfasst die flexibel Rechnenden mit wenigen Fehlern. Die Lernenden in diesem Profil zeichnen sich durch eine vergleichsweise häufige Nutzung der Strategien Hilfsaufgabe und indirekte Addition aus. In einem geringeren Maße greifen die Lernenden ebenfalls auf das schrittweise Rechnen und das schriftliche Normalverfahren zurück, während Stellenwerte extra sowie Mischstrategien/Kopfrechnen kaum verwendet werden. Dieses Profil ist vor der Intervention zu T1 kaum vertreten ($n = 22$; 9%), wohingegen es zu T2 am häufigsten repräsentiert ist ($n = 109$; 46%).

Lernende in *Profil 2* lassen sich als *die primär schrittweise Rechnenden* mit einfachen Fehlern charakterisieren. Die Lernenden in diesem Profil wenden kaum andere Strategien zur Lösung von Subtraktionsaufgaben an, sondern nutzen das schrittweise Rechnen als Universalstrategie. Zu T1 umfasst dieses Profil mit 63% ($n = 146$) noch die meisten Schüler*innen, während zu T2 nur noch 10% ($n = 23$) der Lernenden dieser Gruppe angehören.

Lernende in *Profil 3* lösen die Subtraktionsaufgaben *primär stellenweise*. Auffällig an diesem Profil ist, dass ein Großteil der Lösungen fehlerhaft war und diese Fehler auf Fehlkzepten basierten. Dies unterstützt bisherige Befunde zur hohen Fehleranfälligkeit der Strategie Stellenwerte extra beim Lösen von Subtraktionsaufgaben (Meseth & Selter, 2002). Zu diesem Profil gehören allerdings zu T1 nur 9% ($n = 21$) und zu T2 nur 5% ($n = 12$) der Lernenden.

Profil 4 umfasst die *primär schriftlich Rechnenden*. Die Lernenden in diesem Profil machen nur wenige einfache Fehler, wohingegen auf Fehlkzepten basierende Fehler, wie etwa Übertragungsfehler, häufiger vorkommen. Vor der Intervention – also vor der Einführung der schriftlichen Subtraktion – wurden lediglich 7% ($n = 16$) der Lernenden diesem Profil zugeordnet, während es zu T2 mit 32% ($n = 76$) das am zweithäufigsten vorkommende Profil ist.

Lernende in *Profil 5* zeichnen sich durch die Verwendung von *Mischstrategien bzw. durch reines Kopfrechnen* und durch eine vergleichsweise hohe Anzahl an einfachen und auf Fehlkzepten basierenden Fehlern aus. Dieses Profil ist sowohl zu T1 ($n = 30$; 13%) als auch zu T2 ($n = 15$; 6%) relativ selten vertreten.

Zusammenfassend unterstützen die Ergebnisse der LTA Hypothese 1, mit der erwartet wurde, dass sich unterscheidbare Strategiewahl- und Fehlerprofile bei der Lösung von Subtraktionsaufgaben identifizieren lassen.

4.3 Übergänge zwischen den Profilen

Da die LTA insgesamt fünf unterschiedliche Strategiewahl- und Fehlerprofile zu zwei Messzeitpunkten ergeben hat, wären zwischen den beiden Messzeitpunkten theoretisch 25 verschiedene Übergänge zwischen den Profilen möglich gewesen. Von diesen 25 möglichen Übergängen konnten 21 beobachtet werden. Allerdings wiesen einige Übergänge nur sehr geringe Zellenbesetzungen auf. Um Forschungsfrage 2 zu beantworten, welche Übergänge sich zwischen T1 und T2 zeigen, wurden – analog zum Vorgehen von Schneider und Hardy (2013) – im Folgenden lediglich jene Übergänge berücksichtigt, die bei mindestens 5% der Lernenden beobachtet werden konnten. Hierdurch ergaben sich insgesamt sechs verschiedene Transitionen zwischen den Profilen, mit denen 74% der Übergänge in der Stichprobe abgedeckt werden konnten (Tabelle 7).

Tabelle 7

Übergänge zwischen den Profilen

Übergang	Profil		Prozentualer Anteil
	T1	T2	
Ü1	Die Flexiblen	Die Flexiblen	8%
Ü2	Die primär schrittweise Rechnenden	Die Flexiblen	30%
Ü3	Die primär schrittweise Rechnenden	Die primär schrittweise Rechnenden	8%
Ü4	Die primär schrittweise Rechnenden	Die primär schriftlich Rechnenden	18%
Ü5	Die primär stellenweise Rechnenden	Die primär schriftlich Rechnenden	5%
Ü6	Mischstrategien/Kopfrechnen-Profil	Die primär schriftlich Rechnenden	5%
Ü7-Ü21 (< 5%)	Unterschiedliche Profile	Unterschiedliche Profile	26%

8% der Lernenden gehörten sowohl vor als auch nach der Intervention zu den flexibel Rechnenden (Ü1) und verblieben somit in diesem Profil. Insgesamt 30% der Lernenden wechselten von den primär schrittweise zu den flexibel Rechnenden (Ü2). Weitere 28% der Lernenden wechselten zu den primär schriftlich Rechnenden (Ü4, Ü5 und Ü6). Das Profil der primär schriftlich Rechnenden weist zwar ein geringes Maß an Flexibilität in der Wahl von Subtraktionsstrategien auf, allerdings ist es darüber hinaus durch vergleichsweise wenige Fehler charakterisiert (vgl. Abbildung 1), sodass insbesondere für Ü5 (5%) und Ü6 (5%) ebenfalls eine positive Lernentwicklung verzeichnet werden kann. Die Lernenden dieser beiden Übergänge waren zu T1 den primär stellenweise Rechnenden bzw. dem Mischstrategien/Kopfrechnen-Profil zugeordnet. Beide Profile zeichnen sich durch ein hohes Maß an auf Fehlkonzerten basierenden Fehlern aus (vgl. Abbildung 1), während diese Fehler im Profil der primär schriftlich Rechnenden seltener vorkommen. Lediglich für Lernende in Ü4 (18%) stellt der Übergang zum primär schriftlichen Rechnen nicht unbedingt einen Lernzuwachs in der Flexibilität und der Korrektheit beim Lösen von Subtraktionsaufgaben dar. Bezüglich der Flexibilität ersetzen Lernende, die diesem Übergang folgen, das schrittweise Rechnen durch das schriftliche Normalverfahren als neue Universalstrategie – die Flexibilität verbleibt somit gering. Darüber hinaus machen die Lernenden des Übergangs 4 zu T2 zwar weniger einfache Fehler, dafür steigt der Anteil an Fehlern, die auf Fehlkonzerten basieren (vgl. Abbildung 1). Schließlich gibt es noch einen geringen Anteil von Lernenden, die im Profil der primär schrittweise Rechnenden verbleiben (Ü3; 8%). Insgesamt können die Ergebnisse Hypothese 2.1 und 2.2 bestätigen: Die meisten Lernenden wechselten, wie erwartet, entweder zu den flexiblen und weitgehend fehlerfreien Rechnenden oder zu den primär schriftlich Rechnenden.

4.4 Einfluss des arithmetischen Vorwissens und der Lernbedingung auf die Transitionen

Um Forschungsfrage 3 zu beantworten, inwiefern das Vorwissen der Lernenden und die Lernbedingung (geblockt vs. verschachtelt) mit den Übergängen zwischen T1 und T2 zusammenhängen, wurde eine multinomiale logistische Regression berechnet.

Tabelle 8 gibt hierzu zunächst einen deskriptiven Überblick über das arithmetische Vorwissen in den einzelnen Übergangsgruppen sowie über die Verteilung der einzelnen Übergänge zu den beiden Lernbedingungen. Es zeigt sich, dass die Lernenden, die sowohl zu T1 als auch T2 flexibel rechneten (Ü1), und die Lernenden, die zu den flexibel Rechnenden zu T2 übergingen (Ü2), das höchste arithmetische Vorwissen aufwiesen. Weiterhin

waren deutlich mehr verschachtelt Lernende in Ü2 vertreten, wohingegen die geblockt Lernenden häufiger im Profil der primär schrittweise Rechnenden verblieben (Ü3) und in Ü4 und Ü5 – also in den Übergängen hin zum primär schriftlichen Rechnen – dominierten.

Tabelle 8

Deskriptive Zahlen: Arithmetisches Vorwissen je Übergangsgruppe und die Verteilung der Lernenden nach Lernbedingung

Übergangsgruppe	Arithmetisches Vorwissen T0			Anzahl Lernende je Lernbedingung und Übergangsgruppe	
	<i>n</i>	<i>M</i>	<i>SD</i>	Geblockt (<i>n</i>)	Verschachtelt (<i>n</i>)
Ü1	18	1.00	.94	8	10
Ü2	71	.64	1.24	13	63
Ü3	17	-.84	1.23	15	4
Ü4	39	-.16	1.64	33	9
Ü5	11	-1.22	1.63	8	3
Ü6	12	-.84	1.92	6	6

Anmerkungen. Die Stichprobengröße im arithmetischen Vorwissen ist teilweise geringer, da nicht alle Lernenden bei der Erfassung des arithmetischen Vorwissens zu T0 anwesend waren.

Eine anschließende multinomiale logistische Regression mit Ü1 als Referenzkategorie bestätigte die deskriptiven Befunde. Der Modellfit [$\chi^2(10) = 104.61, p < 0.001$], der Deviance-Goodness-of-Fit-Test [$\chi^2(225) = 194.20, p = .93$], sowie der Likelihood ratio-Test für die beiden unabhängigen Variablen arithmetisches Vorwissen [$\chi^2(5) = 49.58, p < 0.001$] und Lernbedingung [$\chi^2(5) = 65.86, p < 0.001$] weisen auf eine zufriedenstellende Passung des Modells hin (Pseudo R^2 : Cox and Snell = .46, Nagelkerke = .49, McFadden = .20). 54% der Fälle wurden korrekt klassifiziert. In Tabelle 9 sind die Ergebnisse der multinomialen logistischen Regression dargestellt.

Tabelle 9

Multinomiale logistische Regression zur Vorhersage der Übergänge zwischen den Profilen (Referenzkategorie: Ü1)

Übergangsgruppe	Unabhängige Variable	<i>B</i>	<i>SE</i>	Wald	Odds ratio	<i>p</i>
Ü2	Vorwissen	-0.06	.22	0.07	0.94	.79
	Lernbedingung ¹ (= 0)	-1.31	.61	4.62	0.27	< .05
Ü3	Vorwissen	-1.17	.29	15.86	0.31	< .001
	Lernbedingung ¹ (= 0)	2.37	.85	7.79	10.71	< .01
Ü4	Vorwissen	-0.86	.25	11.32	0.42	< .001
	Lernbedingung ¹ (= 0)	2.31	.70	10.08	10.08	< .01
Ü5	Vorwissen	-1.33	.32	17.08	0.26	< .001
	Lernbedingung ¹ (= 0)	2.30	.95	5.88	9.94	< .01
Ü6	Vorwissen	-1.08	.31	12.30	0.34	< .001
	Lernbedingung ¹ (= 0)	1.12	.84	1.79	3.07	.18

Anmerkungen. ¹ Lernbedingung: Geblockt = 0, Verschachtelt = 1. Ü1 = flexibel → flexibel, Ü2 = primär schrittweise → flexibel, Ü3 = primär schrittweise → primär schrittweise, Ü4 = primär schrittweise → primär schriftlich, Ü5 = primär stellenweise → primär schriftlich, Ü6 = Mischstrategien/Kopfrechnen → primär schriftlich.

Die Ergebnisse zeigen, dass das Vorwissen die Zugehörigkeit zu Ü2 (*primär schrittweise* → *flexibel*) im Vergleich zu Ü1 (*flexibel* → *flexibel*) nicht signifikant begünstigt. Bei beiden Profilen handelt es sich um Lernende, die zu T2 zu den flexibel Rechnenden wechselten bzw. in diesem Profil verblieben. Allerdings zeigt sich auch, dass die Wahrscheinlichkeit zu Ü2 zu gehören, geringer ist, wenn die Lernenden geblockt statt verschachtelt lernten. Für die Übergänge Ü3 bis Ü6 ist ein negativer Einfluss des arithmetischen Vorwissens zu verzeichnen: Sinkt das Vorwissen, so steigt die Wahrscheinlichkeit für die Zugehörigkeit zu diesen Übergangsgruppen im Vergleich zu Ü1. Darüber hinaus ist die Chance, die Übergänge Ü3, Ü4 oder Ü5 zu vollziehen, jeweils etwa 10-mal höher (siehe Odds ratios), wenn geblockt statt verschachtelt gelernt wurde. Auf den Übergang Ü6 hat die Lernbedingung hingegen keinen Einfluss.

Zusammenfassend können damit Hypothese 3.1 und Hypothese 3.2 weitgehend bestätigt werden. Lernende, die verschachtelt lernten, hatten eine höhere Wahrscheinlichkeit in das flexible Profil zu wechseln (Ü2). Das geblockte Lernen begünstigte hingegen fast alle Übergänge in das Profil der primär schriftlich Rechnenden (Ü4 und Ü5; mit Ausnahme von Ü6). Auch die Hypothesen 3.3 und 3.4 können bestätigt werden. Zwar hatte das arithmetische Vorwissen keinen Einfluss auf die Zugehörigkeit zu Ü2 mit Referenz zu Ü1 – allerdings zeigten sich deutliche Effekte des arithmetischen Vorwissens auf die Übergänge in das Profil der primär schriftlich Rechnenden im Vergleich zu Ü1: Je niedriger das Vorwissen der Lernenden ausfiel, desto höher war die Chance zu den primär schriftlich Rechnenden zu wechseln.

5. Diskussion

Ziel dieser Studie war es, Strategiewahl- und Fehlerprofile von Primarschüler*innen beim Lösen von Subtraktionsaufgaben zu identifizieren und den Einfluss des arithmetischen Vorwissens auf die Zugehörigkeit zu den einzelnen Profilen zu untersuchen. Darüber hinaus zielte die Studie darauf ab, die Übergänge zwischen den Profilen in Abhängigkeit vom arithmetischen Vorwissen und der Zugehörigkeit zu einer der beiden implementierten Lernbedingungen (verschachtelt vs. geblockt) zu analysieren.

Eine LTA ergab fünf unterscheidbare Strategiewahl- und Fehlerprofile, wovon lediglich die Lernenden eines Profils als flexibel Rechnende mit wenigen Fehlern (Profil 1) charakterisiert werden konnten. Die anderen vier Profile umfassten Lernende, die primär schrittweise rechneten und dabei einige wenige einfache Fehler machten (Profil 2), primär stellenweise Rechnende mit vielen auf Fehlkonzepthen basierenden Fehlern (Profil 3), primär schriftlich Rechnende mit einigen auf Fehlkonzepthen basierenden Fehlern (Profil 4) und Lernende, die insbesondere Mischstrategien/Kopfrechnen verwendeten und hierbei sowohl vergleichsweise viele einfache als auch auf Fehlkonzepthen basierende Fehler machten (Profil 5).

Während zu T1 noch die meisten Lernenden den primär schrittweise Rechnenden zugeordnet wurden, dominierten zu T2 die flexibel Rechnenden, gefolgt von den primär schriftlich Rechnenden. Diese Ergebnisse stehen in Einklang mit bisherigen Forschungsbefunden, die zeigen konnten, dass das schrittweise Rechnen vor der Einführung der schriftlichen Subtraktion am häufigsten genutzt wird (Blöte et al., 2000; Heinze et al., 2009; Selter, 2001). Eine weitere Übereinstimmung mit den Befunden bisheriger Studien zeigte sich darin, dass viele Lernende unserer Studie nach der Einführung des schriftlichen Normalverfahrens dieses als Universalstrategie verwendeten (Hickendorff, 2020; Selter, 2001; Torbeyns & Verschaffel, 2016; Torbeyns et al., 2017).

Ein erfreulicher Befund ist der große Anteil an flexibel Rechnenden nach den erfolgten Interventionen. Während zu T1 lediglich 9% der Lernenden dem flexiblen Profil zugeordnet waren, umfasste dieses Profil zu T2 46% der Lernenden. Der größte Anteil der Lernenden (ca. ein Drittel) wechselte von der Gruppe der primär schrittweise Rechnenden zu den flexibel Rechnenden und konnte somit einen deutlichen Lernzuwachs in der flexiblen und korrekten Anwendung von Subtraktionsstrategien verzeichnen. Am zweithäufigsten konnte mit 18% der Übergang vom primär schrittweisen hin zum primär schriftlichen Rechnen vorgefunden werden. Die Gruppe dieser Lernenden ersetzte somit das schrittweise Rechnen durch das schriftliche Rechnen als neue Universalstrategie, was zu einer Reduzierung einfacher Fehler, jedoch zu einer Erhöhung von Fehlern führte, die auf Fehlkonzepthen basieren (vgl. Abbildung 1).

Anschließende Analysen konnten aufzeigen, dass Lernende mit geringerem Vorwissen und Lernende, die geblockt lernten, eher zu den primär schriftlich Rechnenden übergingen und damit auch nach der Intervention wenig flexibel rechneten. Dem verschachtelten Lernen kam demgegenüber ein erheblich positiver Effekt auf die Entwicklung der Strategiekompetenz zu: Das verschachtelte Lernen begünstigte den Übergang zum flexiblen Rechnen.

Die Ergebnisse dieser Studie unterliegen einigen Limitationen – allen voran die geringe Stichprobengröße von insgesamt 235 Lernenden, die in der LTA berücksichtigt werden konnten. Dies führte dazu, dass einige Strategiewahl- und Fehlerprofile und die Übergänge zwischen den Profilen nur eine geringe Gruppengröße aufwiesen, was zu einer Erhöhung des β -Fehler in den weiterführenden Analysen geführt haben könnte und damit eventuell vorhandene Effekte nicht entdeckt werden konnten. Entsprechend sollten die hier erlangten Ergebnisse in weiteren Studien an einer größeren Stichprobe überprüft werden. Aufgrund der geringen Stichprobengröße und insbesondere der geringen Anzahl an Klassen konnte außerdem die Mehrebenenstruktur der Daten bei den Berechnungen nicht berücksichtigt werden. Durch die randomisierte Aufteilung der Lernenden einer Klasse zu einer der beiden Lernbedingungen und dadurch, dass alle Mitarbeitenden beide Bedingungen gleich häufig unterrichteten, wurde jedoch bereits durch das Forschungsdesign versucht, den Einfluss der Klasse sowie der unterrichtenden Lehrperson möglichst gering zu halten.

Darüber hinaus ist zu berücksichtigen, dass die hier gefundenen Profile sowie die Übergänge zwischen T1 und T2 maßgeblich von den Lernumgebungen in dieser Studie – der geblockten und der verschachtelten Bedingung – beeinflusst wurden. Die Übergänge sowie die Profile könnten in anderen Lernumgebungen zur Einführung der Subtraktionsstrategien differieren, sodass die hier ermittelten Befunde nicht ohne Weiteres auf andere Unterrichtskontexte generalisierbar sind. Zudem ist das Strategiewahlverhalten in besonderem Maße von den zu lösenden Aufgaben abhängig, sodass diese Ergebnisse auch stets im Kontext der im Strategietest verwendeten Subtraktionsaufgaben betrachtet werden müssen.

Trotz dieser Limitationen liefert die vorliegende Studie wichtige Implikationen für die unterrichtliche Praxis: Zum einen konnte durch den personenzentrierten Analyseansatz die Heterogenität des Strategiewahlverhaltens und der Fehlerprofile von Lernenden beim Lösen von Subtraktionsstrategien abgebildet werden. Die Lernenden der untersuchten Stichprobe bearbeiten Subtraktionsaufgaben auf sehr unterschiedliche Art und Weise. Es zeigte sich aber auch, dass ein Großteil der Lernenden Subtraktionsaufgaben vor der Intervention wenig flexibel löste. Um die Flexibilität zu fördern, scheint zum einen die Förderung des Zahlenblicks als Voraussetzung für den flexiblen Einsatz von Strategien sinnvoll zu sein (Rathgeb-Schnierer, 2006; Rechtsteiner-Merz, 2013; Threlfall, 2002). Zum anderen kann auch eine systematische Einführung von unterschiedlichen Subtraktionsstrategien förderlich sein, um die Entwicklung der Strategiekompetenz der Lernenden zu unterstützen. In dieser Studie wurden das verschachtelte und geblockte Lernen als zwei mögliche instruktionale Ansätze einander gegenübergestellt. Das Verschachteln von Subtraktionsstrategien begünstigte hierbei den Übergang zum flexiblen Einsatz von Subtraktionsstrategien im Vergleich zum geblockten Lernen deutlich. Die abwechselnde Behandlung der Subtraktionsstrategien und die implementierten Prompts, die zum Vergleichen der Strategien anregten, führten zu einem variantenreicheren Einsatz der Strategien mit einer höheren Korrektheit der Lösungen. Ein flexiblerer Strategieeinsatz und damit ein höheres Strategierepertoire erweisen sich in der empirischen Forschung als Voraussetzung für die adaptive und damit an Aufgabencharakteristika angepasste Verwendung von Strategien, die letztlich mit der Korrektheit der Lösungen zusammenhängt (Nemeth et al., 2021; Verschaffel et al., 1998). Dieser Zusammenhang zwischen Flexibilität und Korrektheit bildet sich auch in den Ergebnissen der vorliegenden Profilanalysen ab: Das Profil der Flexiblen zeichnete sich nicht nur durch einen variantenreichen Strategieeinsatz aus, sondern ebenso durch vergleichsweise wenige Fehler. Verschachteltes Lernen kann damit zu einer positiven Kompetenzentwicklung bei der Nutzung von Subtraktionsstrategien von Primarschüler*innen beitragen.

Literatur

- Anghileri, J. (2001). Intuitive approaches, mental strategies and standard algorithms. In J. Anghileri (Ed.), *Principles and practices in arithmetic teaching: Innovative approaches for the primary classroom* (pp. 79–94). St Edmundsbury Press.
- Bauer, L. (1998). Schriftliches Rechnen nach Normalverfahren – wertloses Auslaufmodell oder überdauernde Relevanz? *Journal für Mathematik-Didaktik*, 19(2–3), 170–200. <https://doi.org/10.1007/BF03338867>
- Beishuizen, M., Van Putten, C. M., & Van Mulken, F. (1997). Mental arithmetic and strategy use with indirect number problems up to one hundred. *Learning and Instruction*, 7(1), 87–106. [https://doi.org/10.1016/S0959-4752\(96\)00012-6](https://doi.org/10.1016/S0959-4752(96)00012-6)
- Birnbaum, M. S., Kornell, N., Bjork, E. L., & Bjork, R. A. (2013). Why interleaving enhances inductive learning: The roles of discrimination and retrieval. *Memory & Cognition*, 41(3), 392–402. <https://doi.org/10.3758/s13421-012-0272-7>
- Bjork, E. L., & Bjork, R. A. (2011). Making things hard on yourself, but in a good way: Creating desirable difficulties to enhance learning. In M. A. Gernsbacher, R. W. Pew, L. M. Hough & J. R. Pomerantz (Hrsg.), *Psychology and the real world: Essays illustrating fundamental contributions to society* (S. 56–64). Worth Publishers.
- Blöte, A. W., Klein, A. S., & Beishuizen, M. (2000). Mental computation and conceptual understanding. *Learning and Instruction*, 10(3), 221–247. [https://doi.org/10.1016/S0959-4752\(99\)00028-6](https://doi.org/10.1016/S0959-4752(99)00028-6)
- Brunmair, M., & Richter, T. (2019). Similarity matters: A meta-analysis of interleaved learning and its moderators. *Psychological Bulletin*, 145(11), 1029–1052. <https://doi.org/10.1037/bul0000209>
- Carvalho, P. F., & Goldstone, R. L. (2015). The benefits of interleaved and blocked study: Different tasks benefit from different schedules of study. *Psychonomic Bulletin & Review*, 22(1), 281–288. <https://doi.org/10.3758/s13423-014-0676-4>
- Chen, O., Paas, F., & Sweller, J. (2021). Spacing and interleaving effects require distinct theoretical bases: a systematic review testing the cognitive load and discriminative-contrast hypotheses. *Educational Psychology Review*. <https://doi.org/10.1007/s10648-021-09613-w>
- Dunlosky, J., Rawson, K. A., Marsh, E. J., Nathan, M. J., & Willingham, D. T. (2013). Improving students' learning with effective learning techniques: Promising directions from cognitive and educational psychology. *Psychological Science in the Public Interest*, 14(1), 4–58. <https://doi.org/10.1177/1529100612453266>
- Heinze, A., Marschick, F., & Lipowsky, F. (2009). Addition and subtraction of three-digit numbers. Adaptive strategy use and the influence of instruction in German third grade. *ZDM*, 41(5), 591–604. <https://doi.org/10.1007/s11858-009-0205-5>
- Heinze, A., Arend, J., Grüßing, M., & Lipowsky, F. (2018). Instructional approaches to foster third graders' adaptive use of strategies: An experimental study on the effects of two learning environments on multi-digit addition and subtraction. *Instructional Science*, 46(6), 869–891. <https://doi.org/10.1007/s11251-018-9457-1>

- Heinze, A., Arend, J., Grüßing, M., & Lipowsky, F. (2020). Systematisch einführen oder selbst entdecken lassen? Eine experimentelle Studie zur Förderung der adaptiven Nutzung von Rechenstrategien bei Grundschulkindern. *Unterrichtswissenschaft*, 48(1), 11–34. <https://doi.org/10.1007/s42010-019-00063-6>
- Hickendorff, M. (2020). Fourth graders' adaptive strategy use in solving multidigit subtraction problems. *Learning and Instruction*, 67, Article 101311. <https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2020.101311>
- Hickendorff, M., Edelsbrunner, P. A., McMullen, J., Schneider, M., & Trezise, K. (2018). Informative tools for characterizing individual differences in learning: Latent class, latent profile, and latent transition analysis. *Learning and Individual Differences*, 66, 4–15. <https://doi.org/10.1016/j.lindif.2017.11.001>
- Jensen, S., & Gasteiger, H. (2019). «Ergänzen mit Erweitern» und «Abziehen mit Entbündeln» – Eine explorative Studie zu spezifischen Fehlern und zum Verständnis des Algorithmus. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 40(2), 135–167. <https://doi.org/10.1007/s13138-018-00139-3>
- Lemaire, P., & Siegler, R. S. (1995). Four Aspects of Strategic Change. Contributions to Children's Learning of Multiplication. *Journal of Experimental Psychology: General*, 124(1), 83–96. <https://doi.org/10.1037/0096-3445.124.1.83>
- Lipowsky, F., Hess, M., Arend, J., Böhnert, A., Denn, A.-K., Hirstein, A., & Rzejak, D. (2019). Lernen durch Kontrastieren und Vergleichen – Ein Forschungsüberblick zu wirkmächtigen Prinzipien eines verständnisorientierten und kognitiv aktivierenden Unterrichts. In U. Steffens & R. Messner (Hrsg.), *Konzepte und Bedingungen qualitätsvollen Unterrichts - Grundlagen der Qualität von Schule* (Band 3, S. 373–402). Waxmann.
- Kilpatrick, J., Swafford, J., & Findell, B. (2001). *Adding it up: Helping children learning mathematics*. National Academy Press.
- Krauthausen, G. (2018). *Einführung in die Mathematikdidaktik – Grundschule* (4. Aufl.). Springer Spektrum.
- Kultusministerkonferenz (KMK) (2004). *Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich*. Luchterhand.
- Meseth, V., & Selter, C. (2002). Zu Schülerfehlern bei der nicht-schriftlichen Addition und Subtraktion im Tausenderraum. *Sache, Wort, Zahl*, 45, 51–58.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (Ed.) (2000). *Principles and standards for school mathematics*. The National Council of Teachers of Mathematics.
- Nemeth, L., Werker, K., Arend, J., & Lipowsky, F. (2021). Fostering the acquisition of subtraction strategies with interleaved practice: An intervention study with German third graders. *Learning and Instruction*, 71, Article 101354. <https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2020.101354>
- Nemeth, L., Werker, K., Arend, J., Vogel, S., & Lipowsky, F. (2019). Interleaved learning in elementary school mathematics: Effects on the flexible and adaptive use of subtraction strategies. *Frontiers in Psychology*, 10, Article 86. <https://www.frontiersin.org/articles/10.3389/fpsyg.2019.00086/full>
- Nylund, K. L., Asparouhov, T., & Muthén, B. (2007). Deciding on the number of classes in latent class analysis and growth mixture modeling: A Monte Carlo simulation study. *Structural Equation Modeling*, 14(4), 535–569. <https://doi.org/10.1080/10705510701575396>
- Padberg, F., & Benz, C. (2011). *Didaktik der Arithmetik: für Lehrerbildung und Lehrerfortbildung* (4., erw., stark überarb. Aufl.). Spektrum.
- Rathgeb-Schnierer, E. (2006). *Kinder auf dem Weg zum flexiblen Rechnen. Eine Untersuchung zur Entwicklung von Rechenwegen bei Grundschulkindern auf der Grundlage offener Lernangebote und eigenständiger Lösungsansätze*. Franzbecker.
- Rathgeb-Schnierer, E., & Rechtsteiner, C. (2018). *Rechnen lernen und Flexibilität entwickeln. Grundlagen – Förderung – Beispiele*. Springer Spektrum.
- Rechtsteiner-Merz, C. (2013). *Flexibles Rechnen und Zahlenblickschulung. Entwicklung und Förderung von Rechenkompetenzen bei Erstklässlern, die Schwierigkeiten beim Rechnenlernen zeigen*. Waxmann.
- Rohrer, D., Dedrick, R. F., & Hartwig, M. K. (2020). The scarcity of interleaved practice in mathematics textbooks. *Educational Psychology Review*, 32(3), 873–883.
- Ryan, J., & Williams, J. (2007). *Children's mathematics 4-15. Learning from errors and misconceptions*. Open University Press.
- Schneider, M., & Hardy, I. (2013). Profiles of inconsistent knowledge in children's pathways of conceptual change. *Developmental Psychology*, 49(9), 1639–1649. <https://doi.org/10.1037/a0030976>
- Schulz, A., & Leuders, T. (2018). Learning trajectories towards strategy proficiency in multi-digit division – A latent transition analysis of strategy and error profiles. *Learning and Individual Differences*, 66, 54–69. <https://doi.org/10.1016/j.lindif.2018.04.014>
- Schweizerische Konferenz der kantonalen Erziehungsdirektoren (EDK) (2011). *Grundkompetenzen für die Mathematik. Nationale Bildungsstandards*. Zugriff am 27.01.2021 unter https://edudoc.ch/record/96784/files/grundkomp_math_d.pdf
- Selter, C. (2001). Addition and subtraction of three-digit numbers: German elementary children's success, methods and strategies. *Educational Studies in Mathematics*, 47(2), 145–173. <https://doi.org/10.1023/A:1014521221809>
- Threlfall, J. (2002). Flexible mental calculation. *Educational Studies in Mathematics*, 50(1), 29–47.
- Torbeyns, J., & Verschaffel, L. (2016). Mental computation or standard algorithm? Children's strategy choices on multi-digit subtractions. *European Journal of Psychology of Education*, 31(2), 99–116. <https://doi.org/10.1007/s10212-015-0255-8>
- Torbeyns, J., De Smedt, B., Ghesquière, P., & Verschaffel, L. (2009). Acquisition and use of shortcut strategies by traditionally schooled children. *Educational Studies in Mathematics*, 71(1), 1–17. <https://doi.org/10.1007/s10649-008-9155-z>
- Torbeyns, J., Hickendorff, M., & Verschaffel, L. (2017). The use of number-based versus digit-based strategies on multi-digit subtraction: 9-12-years-olds' strategy use profiles and task performance. *Learning and Individual Differences*, 58, 64–74. <https://doi.org/10.1016/j.lindif.2017.07.004>
- Verschaffel, L., De Corte, E., Lamote, C., & Dhert, N. (1998). The acquisition and use of an adaptive strategy for estimating numerosity. *European Journal of Psychology of Education*, 13(3), 347–370. <https://doi.org/10.1007/BF03172950>
- Ziegler, E., & Stern, E. (2014). Delayed benefits of learning elementary algebraic transformations through contrasted comparisons. *Learning and Instruction*, 33, 131–146. <https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2014.04.006>

Schlagworte: Subtraktionsstrategien; Flexibilität; Verschachteltes Lernen; Latente Transitionsanalyse

Apprendre des stratégies de soustraction imbriquée ou bloquées ? - Choix de stratégie et profils d'erreur d'élèves de troisième année

Résumé

L'un des objectifs de l'enseignement des mathématiques à l'école primaire est l'utilisation flexible de stratégies lors de la résolution de tâches de soustraction. Cette étude examine donc la compétence en matière de stratégie à l'aide de profils de choix et d'erreurs de stratégie. 236 élèves de troisième année ont appris l'utilisation de la stratégie de soustraction imbriquée ou bloquée. Une analyse de transition latente a permis d'identifier cinq profils de choix de stratégie et d'erreur. Alors que le profil des calculateurs et calculatrices procédant pas à pas avec peu d'erreurs domine avant l'intervention, le profil des calculateurs et calculatrices flexibles avec peu d'erreurs prédomine après l'intervention, suivi par les calculateurs et calculatrices recourant à l'écrit avec peu d'erreurs. Les connaissances préalables et l'apprentissage imbriqué ont favorisé le passage à des calculateurs et calculatrices flexibles.

Mots-clés: Stratégies de soustraction ; flexibilité; apprentissage imbriqué ; analyse de transition latente

Apprendere strategie di sottrazione annidate o a blocco? - Scelta della strategia e profili di errore di allievi e allieve di terza elementare

Riassunto

Uno degli obiettivi dell'istruzione matematica della scuola primaria è l'uso flessibile di strategie quando si risolvono compiti di sottrazione. Questo studio indaga quindi la competenza strategica utilizzando i profili di scelta e di errore di strategie. A 236 studenti di terza elementare è stato insegnato l'uso della strategia di sottrazione annidata o a blocchi. Un'analisi di transizione latente ha identificato cinque profili di scelta di strategia e d'errore. Prima dell'intervento risultava dominante il profilo di allievi e allieve che calcolavano in modo incrementale con pochi errori. A seguito dell'intervento appariva dominare il profilo degli studenti e delle studentesse che applicavano calcoliflessibili con pochi errori e a seguire quello di coloro che utilizzavano calcoli scritti con pochi errori. Le conoscenze pregresse e l'apprendimento della strategia annidata hanno favorito il passaggio all'utilizzo di calcoli flessibili.

Parole chiave: Strategie di sottrazione; flessibilità; apprendimento annidato; analisi di transizione latente

To interleave or to block subtraction strategies? – Strategy use- and error profiles among third graders

Summary

Primary students should learn how to solve subtraction tasks flexibly with different strategies. The current study therefore investigates students' strategy proficiency by analyzing strategy use- and error profiles. A total of 236 third graders were taught using subtraction strategies in an interleaved or blocked fashion. A latent transition analysis revealed five strategy choice- and error profiles. Prior to the intervention, most students primarily used the stepwise strategy with only few errors. After the intervention, most of the students were flexible calculators with very few errors, followed by those primarily using the written algorithm with few errors. Students' prior knowledge and being taught interleaved subtraction had a positive influence on the transition to the profile of flexible strategy use.

Keywords: Subtraction strategies; Flexibility; Interleaved practice; Latent transition analysis

Lea Nemeth ist Wissenschaftliche Mitarbeiterin an der Professur für Empirische Schul- und Unterrichtsforschung an der Universität Kassel. Ihre aktuellen Forschungs- und Arbeitsschwerpunkte sind Lernen durch Kontrastieren und Vergleichen sowie Verschachteltes Lernen.

Universität Kassel, Nora-Platiel-Straße 1, D-34127 Kassel

E-Mail: nemeth@uni-kassel.de

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-6212-6042>

Prof. Dr. Frank Lipowsky ist Professor für Empirische Schul- und Unterrichtsforschung an der Universität Kassel. Seine aktuellen Forschungsschwerpunkte liegen in den Bereichen der Lehrkräfteprofessionalisierung und der Unterrichtsqualität.

Universität Kassel, Nora-Platiel-Straße 1, D-34127 Kassel

E-Mail: lipowsky@uni-kassel.de

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-0881-6704>